School and Workshop on Random Point Processes

PROGRAM AND ABSTRACTS

Suzdal, Russia
November 1–5, 2022

Organizers:

Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow
Steklov International Mathematical Center, Moscow

Organizing and program committee:

Alexander I. Bufetov
Alexey Klimenko
Vardan Oganesyan

Financial support:

The conference is supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (the grant to the Steklov International Mathematical Center, agreement no. 075-15-2022-265).

Schedule

Tuesday, November 1

10:00–10:05	*Opening*
10:05–11:15	*Alexander I. Bufetov* Determinantal point processes and Gaussian multiplicative chaos (Lecture 1)
11:15–11:30	**Coffee break**
11:30–12:15	*Roman Romanov* Determinantal point processes and spaces of analytic functions (Lecture 1)
12:15–13:00	*Alexey Klimenko* Ergodic theory for group actions (Lecture 1)
	LUNCH BREAK
17:00–17:45	*Fedor Petrov* Central measures on the spaces of paths in discrete and continuous graduated graphs (Lecture 1)
17:45–18:20	*Evgeny Prokopenko* Asymptotics for probabilities of large deviationsfor a compound renewal process under Cramer condition
18:20–18:40	*Andrey Lyulintsev* On some martingale constructions for PSI-processes
18:40–19:00	*Ekaterina Simarova* **(online)** Limit theorems for convex hulls of random vectors with regularly varying distribution

Wednesday, November 2

10:00–10:45	*Alexey Klimenko* Ergodic theory for group actions (Lecture 2)
10:45–11:15	*Alexander Kachurovskii* Rates of convergence in the von Neumann ergodic theorem
11:15–11:30	**Coffee break**
11:30–12:15	*Roman Romanov* Determinantal point processes and spaces of analytic functions (Lecture 2)
12:15–13:00	*Fedor Petrov* Central measures on the spaces of paths in discrete and continuous graduated graphs (Lecture 2)
	LUNCH BREAK
17:00–17:30	*Ivan Podvigin* On the pointwise rate of convergence in the Birkhoff ergodic theorem: recent results
17:30–19:00	*Alexander I. Bufetov* Determinantal point processes and Gaussian multiplicative chaos (Lecture 2)

Thursday, November 3

10:00–10:45 *Subhro Ghosh* **(online)**
Gaussian fluctuations for spin systems and point processes: near-optimal rates via quantitative Marcinkiewicz's theorem

10:45–11:15 *Andrey Alpeev*
Amenability and extension of invariant random orders on groups

11:15–11:30 **Coffee break**

11:30–12:15 *Sung-Soo Byun* **(online)**
The product of m real $N \times N$ Ginibre matrices:Real eigenvalues in the critical regime $m = O(N)$

12:15–13:00 *Fedor Petrov*
Central measures on the spaces of paths in discrete and continuous graduated graphs (Lecture 3)

LUNCH BREAK

17:00–18:15 *Alexander I. Bufetov*
Determinantal point processes and Gaussian multiplicative chaos (Lecture 3)

18:15–19:00 Poster session

Friday, November 4

10:00–10:45 *Yanqi Qiu* **(online)**
On the moments of some Mandelbrot cascades

10:45–11:15 *Irina Lukashova*
On self-similar behavior of logarithmic sumsfrom the theory of almost periodic operators

11:15–11:30 **Coffee break**

11:30–12:15 *Alexey Klimenko*
Ergodic theory for group actions (Lecture 3)

12:15–13:00 *Zhaofeng Lin* **(online)**
Fluctuations of the process of moduli for the Ginibre and hyperbolic ensembles

LUNCH BREAK

17:00–17:30 *Aleksandr Tokmachev*
Average distance between random points on the boundary of a convex domain

17:30–19:00 *Alexander I. Bufetov*
Determinantal point processes and Gaussian multiplicative chaos (Lecture 4)

Saturday, November 5

10:00–11:20 *Alexander I. Bufetov*
Determinantal point processes and Gaussian multiplicative chaos (Lecture 5)

11:20–11:35 **Coffee break**

11:35–12:15 *Alexey Klimenko*
Ergodic theory for group actions (Lecture 4)

12:15–13:00 *Elena Yarovaya*
On different approaches to the study of branching random walks

Abstracts

Mini-courses

Determinantal point processes and Gaussian multiplicative chaos

Alexander I. Bufetov
(Steklov Mathematical Institute and Aix-Marseille University)

To almost every realization of the sine-process one naturally assigns a random entire function, the analogue of the Euler product for the sine, the scaling limit of ratios of characteristic polynomials of a random matrix. The main result of the talk is that the square of the absolute value of our random entire function converges to the Gaussian multiplicative chaos. As a corollary, one obtains that almost every realization with one particle removed is a complete and minimal set for the Paley-Wiener space, whereas if two particles are removed, then the resulting set is a zero set for the Paley-Wiener space. Quasi-invariance of the sine-process under compactly supported diffeomorphisms of the line plays a key rôle.

In joint work with Qiu, the Patterson-Sullivan construction is used to interpolate Bergman functions from a realization of the determinantal point process with the Bergman kernel, in other words, by the Peres-Virág theorem, the zero set of a random series with independent complex Gaussian entries. The invariance of the zero set under the isometries of the Lobachevsky plane plays a key rôle. Conditional measures of the determinantal point process with the Bergman kernel are found explicitly (cf. arXiv:2112.15557, Dec. 2021).

Ergodic theory for group actions

Alexey Klimenko
(Steklov Mathematical Institute and Higher School of Economics, Moscow)

Central measures on the spaces of paths in discrete and continuous graduated graphs
Центральные меры на пространствах путей дискретных и непрерывных градуированных графов

Fedor Petrov
(St. Petersburg Department of Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences)

Пусть G — граф, вершины которого разбиты на уровни, пронумерованные натуральными числами, на каждом уровне число вершин конечно и ребра соединяют вершины двух соседних уровней. Пространство путей с первого уровня в бесконечность является компактом в естественной топологии, борелевская вероятностная мера на таком компакте называется центральной, если все начальные отрезки, имеющие данный конец, равновероятны.

Я хотел бы обсудить уже классические — восходящие к работам Вершика 70-х — и самые новые вопросы, связанные с описанием центральных мер в описанном случае и в непрерывном аналоге.

Determinantal point processes and spaces of analytic functions

Roman Romanov
(St. Petersburg State University)

The mini-course is devoted to recently found links between the theory of determinantal point processes and reproducing kernel Hilbert spaces of analytic functions like de Branges or Fock spaces. We concentrate on processes possessing the quasi-invariance property which is shared by many important processes (Sine process, Airy and Bessel processes, the Gamma kernel process etc). This property turns out to be related to division properties for the corresponding spaces of analytic functions.

Plenary talks

Amenability and extension of invariant random orders on groups
Аменабельность и продолжение инвариантных случайных порядков на группе

Andrey Alpeev
(Euler Institute at St. Petersburg State University)

Пространство частичных порядков на группе можно естественным образом снабдить сдвиговым действием группы. Инвариантные точки этого действия — инвариантные порядки на группе. Инвариантные меры на этом пространстве называются инвариантными случайными порядками. Я покажу, что любой инвариантный случайный порядок на группе инвариантно продолжается до инвариантного случайного линейного порядка тогда и только тогда, когда группа аменабельна.

The space of orders on a given group could be naturally endowed with a shift-action. An invariant point for this action is an invariant order. An invariant probability measure under this action is called an invariant random order. I will show that any partial invariant order on a group could be invariantly extended to an invariant random linear order iff the group is amenable.

The product of m real $N \times N$ Ginibre matrices: Real eigenvalues in the critical regime $m = O(N)$

Sung-Soo Byun
(Korea Institute for Advanced Study, Seoul)

The study of products of random matrices has been proposed many decades ago by Bellman and by Furstenberg and Kesten with the motivation to understand the properties of the Lyapunov exponents in this toy model for chaotic dynamical systems.

In this talk, I will discuss the real eigenvalues of products of random matrices with i.i.d. Gaussian entries. In the critical regime where the size of matrices and the number of products are proportional in the large system, I will present the mean and variance of the number of real eigenvalues. Furthermore, in the Lyapunov scaling, I will introduce the densities of real eigenvalues, which interpolates Ginibre's circular law with Newman's triangular law.

This is based on joint work with Gernot Akemann.

Gaussian fluctuations for spin systems and point processes: near-optimal rates via quantitative Marcinkiewicz's theorem

Subhro Ghosh
(National University of Singapore)

We investigate a very general technique to obtain CLTs with near-optimal rates of convergence for broad classes of strongly dependent stochastic systems, based on the zeros of the characteristic function. Using this, we demonstrate Gaussian fluctuations for the magnetization (i.e., the total spin) for a large class of ferromagnetic spin systems on Euclidean lattices, in particular those with continuous spins, at the near-optimal rate of $O(\log|\Lambda| \cdot |\Lambda|^{-1/2})$ for system size $|\Lambda|$. This includes, in particular, the celebrated XY and Heisenberg models under ferromagnetic conditions.

Our approach leverages the classical Lee-Yang theory for the zeros of partition functions, and subsumes as a special case a technique of Lebowitz, Ruelle, Pittel and Speer for deriving CLTs in discrete statistical mechanical models, for which we obtain sharper convergence rates. In a very different application, we obtain CLTs for linear statistics of a wide class of point processes known as α-determinantal processes which interpolate between negatively and positively associated random point fields (including the usual determinantal, permanental and Poisson processes). Notably, we address strongly correlated processes in dimensions ≥ 3, where connections to random matrix theory are not available, and handle a broad class of kernels including those with slow spatial decay (such as the Bessel kernel in general dimensions). A key ingredient of our approach is a broad, quantitative extension of the classical Marcinkiewicz Theorem that we establish under the significantly milder condition that the characteristic function is non-vanishing only on a bounded disk. Joint work with T.C. Dinh, H.S. Tran and M.H. Tran.

TBA

Håkan Hedenmalm
(KTH Royal Institute of Technology, Stockholm and St. Petersburg State University)

TBA

Rates of convergence in the von Neumann ergodic theorem

Alexander Kachurovskii
(Sobolev Institute of Mathematics)

It was proved in [1] that a power rate of convergence in von Neumanns ergodic theorem is equivalent to the power (with the same exponent) singularity at zero point of a spectral measure of averaging function with respect to the dynamical system. I.e., it was shown that the estimates of convergence rates in this ergodic theorem are necessarily the spectral ones. In [2], asymptotically exact estimates of these rates were obtained for certain well-known billiards, and Anosov systems.

It turns out [3, 4], that the Fejer sums for measures on the circle and the norms of the deviations from the limit in the von Neumann ergodic theorem both are calculating, in fact, with the same formulas (by integrating of the Fejer kernels) – and so, this ergodic theorem is a statement about the asymptotics of the growth of the Fejer sums at zero for the corresponding spectral measure. As a result, available in the harmonic analysis literature, numerous estimates for the deviations of Fejer sums at a point allowed to obtain new estimates for the rate of convergence in this ergodic theorem.

References

[1] Alexander Kachurovskii. *Rates of Convergence in Ergodic Theorems* // Russian Math. Surveys. 1996. V. 51, No 4. P. 653–703.

[2] Alexander Kachurovskii, Ivan Podvigin. *Estimates of the Rate of Convergence in the von Neumann and Birkhoff Ergodic Theorems* // Trans. Moscow Math. Soc. 2016. V. 77. P. 1–53

[3] Alexander Kachurovskii, Kirill Knizhov. *Deviations of Fejer Sums and Rates of Convergence in the von Neumann Ergodic Theorem* // Dokl. Math. 2018. V. 97, No 3. P. 211–214.

[4] Alexander Kachurovskii, Ivan Podvigin. *Fejer Sums for Periodic Measures and the von Neumann Ergodic Theorem* // Dokl. Math. 2018. V. 98, No 1. P. 344–347.

Fluctuations of the process of moduli for the Ginibre and hyperbolic ensembles

Zhaofeng Lin

(Aix-Marseille University)

In this talk, we investigate the point process of moduli of the Ginibre and hyperbolic ensembles. We show that far from the origin and at an appropriate scale, these processes exhibit Gaussian and Poisson fluctuations. Among the possible Gaussian fluctuations, we can find white noise but also fluctuations with non-trivial covariance at a particular scale. This talk is based on a joint work with Prof. Alexander I. Bufetov and Prof. David García-Zelada.

On self-similar behavior of logarithmic sums from the theory of almost periodic operators

О самоподобном поведении логарифмических сумм теории почти периодических операторов

Irina Lukashova

(St. Petersburg Department of V.A. Steklov Mathematical Institute of the Russian Academy of Sciences)

Доклад основан на совместной работе с А.А. Федотовым.

Объектом исследований является *логарифмическая* сумма

$$S_N(\omega,\zeta) = \sum_{n=0}^{N-1} \ln\left(1 + e^{-2\pi i(\omega n + \frac{\omega}{2} + \zeta)}\right)$$

с большим числом слагаемых N и параметрами $\zeta \in \mathbb{C}$ и $\omega \in (0,1)$. Такие суммы очевидным образом связаны с тригонометрическими произведениями

$$\Pi_N(\omega,\theta) = \prod_{n=0}^{N-1} \cos\pi\,(\omega n + \theta), \quad N \in \mathbb{N}$$

из теории почти периодических уравнений (см. [1], [2]). Кроме того, логарифмическая сумма может быть выражена в терминах специальной функции, являющейся мероморфным решением разностного уравнения первого порядка:

$$\sigma_h(z+h) = (1 + e^{-iz}) \cdot \sigma_h(z-h),$$

где $z \in \mathbb{C}$ и $h = \pi\omega$. Такая функция и родственные ей возникают во многих задачах математической физики: в теории дифракции [3], в теории почти периодических операторов [4], в теории интегрируемых задач [5], в теории спецфункций и т.д.

Оказывается, что изучение поведения логарифмической суммы при $N \to \infty$ эквивалентно изучению асимптотик $\sigma_{\pi\omega}(z)$ при $Re(z) \to \pm\infty$, что тоже не является хорошо исследованной задачей, как нам известно.

Для изучения логарифмических сумм с большим числом слагаемых мы используем метод, примененный в [6] для изучения Гауссовых экспоненциальных сумм: получаем перенормировочную формулу, которая выражает исходную логарифмическую сумму через сумму такого же вида, но с меньшим числом слагаемых и новыми параметрами ω_1 и ζ_1. В случае, когда $\omega \in (0,1)\backslash\mathbb{Q}$, этот процесс можно продолжать, пока логарифмическая сумма не исчезнет.
Задача сильно зависит от теоретико-числовых свойств параметра ω. Основным результатом является описание при почти всех ω поведения логарифмической суммы при $\zeta \in \mathbb{C}_-$. Случай вещественных ζ - критический, исследование усложняется из-за полюсов и нулей $\sigma_h(\cdot)$ на $\mathbb{R}$.

Список литературы

[1] Jitomirskaya S., Yang F., *Pure point spectrum for the Maryland model: a constructive proof.* Ergodic Theory Dynam. Systems, in press, 2020.

[2] Avila A., Jitomirskaya S., *The ten Matriny problem.*, Ann. Math. 170 (2009):303-342.

[3] Babich V., Lyalinov M., Grikurov V. *Diffraction theory: the Sommerfeld- Malyuzhinets technique.*, Oxford: Alpha Science, 2008.

[4] Buslaev V., Fedotov A. *On the difference equations with periodic coefficients.*, Adv. Theor. Math. Phys, 5(2001),1105-1168.

[5] Faddeev L., Kashaev R., Volkov A. *Strongly coupled quantum discrete Liouville theory.* , I Algebraic approach and duality. Commun. Math. Phys. 219(2001), 199-219.

[6] Fedotov, A. A. Klopp *An exact renormalization formula for Gaussian exponenntial sums and applications*, American Journal of Mathematics, 134: 711-748, 2012.

On some martingale constructions for PSI-processes

О некоторых мартингальных конструкциях для ПСИ-процессов

Andrey Lyulintsev

(St. Petersburg State University)

Пусть $(\xi) = \xi_0, \xi_1, ...$ — последовательность случайных величин, $\Pi(t)$ — стандарный пуассоновский процесс с временным параметром $t \in \mathbb{R}_+$, $\lambda > 0$ — произвольная постоянная (интенсивность). Последовательность (ξ) и $\Pi(t)$ предполагаются независимыми в совокупности.

Случайный процесс

$$\psi_\lambda(t) := \xi_{\Pi(\lambda t)}, \quad t \geqslant 0,$$

называется *ПСИ-процессом*, или *процессом пуассоновского случайного индекса.*

В случае, когда последовательность (ξ) марковская, процесс пуассоновского случайного индекса является процессом псевдопуассоновского типа (см. [4]). Изучены свойства ПСИ-процессов со случайной интенсивностью (см. [2]), спектральные свойства ПСИ-процессов со специальной рандомизацией времени (см. [5]) и некоторые локальные асимптотические свойства последовательностей ПСИ-процессов (см. [3]).

В данном работе рассматривается *интегрированный ПСИ-процесс*:

$$\Psi_\lambda(t) := \int\limits_0^t \psi_\lambda(s)\, ds, \quad t \geqslant 0.$$

На основании предыдущих результатов (см. [1], [2]) изучены основные свойства интегрированного ПСИ-процесса, в том числе вычислены главные моментные характеристики. В работе [1] были рассмотрены свойства самоподобия для интегрированного ПСИ-процесса со случайной интенсивностью.

Далее, (ξ) – последовательность независимых одинаково распределённых случайных величин. Вводятся фильтрации, естественно порождённые ПСИ-процессом и интегрированным ПСИ-процессом. ПСИ-процесс является марковским процессом относительно фильтрации, порождённой $\mathcal{F}_t^\psi = \sigma\{\psi_\lambda(s), s \leqslant t\}$, а интегрированный ПСИ-процесс относительно фильтрации, порождённой $\mathcal{F}_t^\Psi = \sigma\{\Psi_\lambda(s), s \leqslant t\}$, не является марковским.

Рассмотрим двумерный процесс $\big(\psi_\lambda(t), \Psi_\lambda(t)\big)$ (марковская пара) относительно фильтрации, порождённой $\mathcal{F}_t^{\psi,\Psi} = \sigma\Big\{\big(\psi_\lambda(s), \Psi_\lambda(s)\big), s \leqslant t\Big\}$. Данный процесс является марковским относительно введённой фильтрациии $\{\mathcal{F}_t^{\psi,\Psi}\}_{t\geqslant 0}$.

Поставим задачу: построить компенсатор для интегрированного ПСИ-процесса, чтобы относительно естественной фильтрации $\{\mathcal{F}_t^{\psi,\Psi}\}_{t\geqslant 0}$ скомпенсированный процесс уже являлся мартингалом. Ответ получен, результат сформулирован в теореме ниже.

Теорема. Пусть (ξ) — последовательность независимых одинаково распределённых случайных величин, $\mathbb{E}\xi_0 = 0$. Фильтрация $\mathbb{F}$ натурально порождена марковской парой $\big(\psi_\lambda(t), \Psi_\lambda(t)\big)$: $\mathcal{F}_t^{\psi,\Psi} = \sigma\Big\{\big(\psi_\lambda(s), \Psi_\lambda(s)\big), s \leqslant t\Big\}$. Тогда процесс $\lambda\Psi_\lambda(t) + \psi_\lambda(t)$ при $t \geqslant 0$ является мартингалом относительно $\mathbb{F}$: в силу марковости для $s \leqslant t$

$$\mathbb{E}\big\{\lambda\Psi_\lambda(t) + \psi_\lambda(t) \,|\, \psi_\lambda(s), \Psi_\lambda(s)\big\} = \lambda\Psi_\lambda(s) + \psi_\lambda(s).$$

Благодарности: Работа поддержана грантом РФФИ 20-01-00646 (А).

Литература:

[1] *Rusakov O., Yakubovich Y., Laskin M.* Self-Similarity for Information Flows With a Random Load Free on Distribution: the Long Memory Case. 2018 2nd European Conference on Electrical Engineering and Computer Science (EECS). P. 183-189.
[2] *Русаков О.В.* Псевдо-пуассоновские процессы со стохастической интенсивностью и класс процессов, обобщающих процесс Орнштейна-Уленбека // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2017. Т.4(62). Вып. 2. С. 247-257.
[3] *Русаков О.В., Якубович Ю.В., Баев Б.А.* О некоторых локальных асимптотических свойствах последовательностей со случайным индексом. // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2020. Т.7(65). Вып. 3. С. 453-468.
[4] *Феллер В.* Введению в теорию вероятностей и её приложения. Т. I, II. М.: Мир, 1984.
[5] *Якубович Ю.В., Русаков О.В.* О спектральных свойствах стационарных случайных процессов, связанных специальной рандомизацией времени // Записки научных семинаров ПОМИ. Том 501. 2021. С. 315-334.

On the pointwise rate of convergence in the Birkhoff ergodic theorem: recent results

Ivan Podvigin
(Sobolev Institute of Mathematics)

Let $(\Omega, \mathcal{F}, \mu)$ be a probability measure space and $T : \Omega \to \Omega$ be a measure μ preserving ergodic transformation. For $f \in L_1^0(\Omega, \mathcal{F}, \mu)$ consider the ergodic averages $A_n^T f(\omega) = \frac{1}{n}\sum\limits_{k=0}^{n-1} f(T^k\omega),\ n \in \mathbb{N}$. The Birkhoff ergodic theorem states that a.e. $A_n^T f \to 0$ as $n \to \infty$.

It is well-known [1] that a.e. $A_n^T f(\omega) = o(1/n)$ as $n \to \infty$ iff $f \equiv 0$. We discuss the existence of estimates $\varphi \in c_0^{f,T}$ for the rate of pointwise convergence of ergodic averages (i.e., $A_n^T f(\omega) = \mathcal{O}(\varphi(n))$ as $n \to \infty$ a.e.) with the property $\varphi(\ell_k) = o(1/\ell_k)$ for some increasing sequence $\ell = \{\ell_k\}_{k\geq 1}$ of naturals.

Theorem ([2]). Let T be an ergodic automorphism, $f \in L_1^0(\Omega, \mathcal{F}, \mu)$, $f \not\equiv 0$ and $\ell = \{\ell_k\}_{k\geq 1}$ be monotone sequence of natural numbers. If $\varphi \in c_0^{f,T}$ and $\varphi(\ell_k) = o(1/\ell_k)$ as $k \to \infty$ then a.e. $\frac{1}{N}\sum\limits_{k=1}^{N} f(T^{\ell_k}\omega) \to f(\omega)$ as $N \to \infty$.

Some corollaries of this statement will be considered. We also discuss the existence of the power-law estimates.

Theorem ([3]). Let T be an ergodic endomorphism, $f \in L_1^0(\Omega, \mathcal{F}, \mu)$ and $f \not\equiv 0$. Then the function $\lambda_{f,T}(\omega) := \limsup\limits_{n\to\infty} \frac{\ln(1/n)}{\ln\left(\sup\limits_{k\geq n} |A_k^T f(\omega)|\right)}$ is a constant a.e. Moreover, $\lambda_{f,T} < \infty$ iff there is a power-law pointwise estimate $A_n^T f(\omega) = \mathcal{O}(n^{-1/\delta})$ for some $\delta > 0$.

References

[1] Kachurovskii A. G. *Rates of convergence in ergodic theorems* // Russian Math. Surveys, 1996. V. 51. No. 4, P. 653–703.

[2] Podvigin I. V. *On possible estimates of the rate of pointwise convergence in the Birkhoff ergodic theorem* // Siberian Math. J., 2022. V. 63. No. 2, P. 316–325.

[3] Podvigin I. V. *Exponent of Convergence of a Sequence of Ergodic Averages* // Math. Notes, 2022. V. 112. No. 2, P. 271–280.

Asymptotics for probabilities of large deviations
for a compound renewal process under Cramer condition

Асимптотика вероятностей больших уклонений для обобщенного процесса
восстановления при выполнении условия Крамера

Evgeny Prokopenko

(Novosibirsk State University)

Теория больших уклонений изучает редкие события различных случайных процессов. Например, для случайного блуждания с независимыми одинаково распределенными скачками в случае легких хвостов известен интересный факт: наиболее вероятная причина того, что сумма n случайных величин превысит большой уровень αn, где константа α больше математического ожидания одного скачка, является подмена распределения каждого скачка этой суммы.

Обобщенный процесс восстановления (ОПВ) можно понимать как суммарное накопление некоторого эффекта/результата от последовательности событий, произошедших за временной интервал $[0, t]$. В научной литературе по физике данный процесс называется случайным блужданием с непрерывным временем. Такое название обычно вызывает некоторое недоумение у математиков. Однако, асимптотика вероятностей больших уклонений для ОПВ получается довольно похожим образом как аналогичная асимптотика для случайного блуждания, что оправдывает название процесса, придуманного физиками. На докладе мы обсудим грубые асимптотики вероятностей больших уклонений для вышеупомянутых процессов: случайного блуждания и ОПВ.

On the moments of some Mandelbrot cascades

Yanqi Qiu
(Wuhan University and AMSS, Chinese Academy of Sciences)

We study the moment of some random variables arising from the Mandelbrot cascades on a quite general tree. By applying Burkholder inequalities and Burkholder-Rosenthal inequalities in this setting, we are able to compute the p-moments of these random variables up to a multiplicative constant depending only on the tree and p. As a consequence, we recover several results of Kahane and also of Aihua Fan on the the multiplicative chaos. This talk is based on a recent joint work with Yong Han and Zipeng Wang.

Limit theorems for convex hulls of random vectors with regularly varying distribution

Ekaterina Simarova
(Chebyshev laboratory, St. Petersburg State University)

Let $Z_1, Z_2, \dots$ be iid random variables. Suppose that they have multivariate heavy tails. It is known that this is equivalent to the weak convergence of empirical measures of properly normalized random variables to some Poisson random process. We will show that, under certain conditions, this is also equivalent to the weak convergence of the convex hulls of these empirical measures and derive some applications about the properties of the random convex polytopes.

Average distance between random points on the boundary of a convex domain
Среднее расстояние между случайными точками на границе выпуклой фигуры

Aleksandr Tokmachev
(Saint Petersburg State University)

Рассмотрим выпуклую фигуру K на плоскости. Пусть $\theta(K)$ обозначает среднее расстояние между двумя случайными точками, независимо и равномерно выбранными на границе K. Основной результат работы состоит в том, что среди всех выпуклых фигур фиксированного периметра максимальное значение $\theta(K)$ достигается у круга и только у него.

Theorem 1. *Для всех выпуклых тел $K \subset \mathbb{R}^2$ выполнено*

$$\frac{\theta(K)}{\operatorname{per} K} \leq \frac{\theta(\mathcal{B}^2)}{\operatorname{per} \mathcal{B}^2} = \frac{2}{\pi^2},$$

где $\mathcal{B}^2$ обозначает единичный круг. Причем равенство выполняется тогда и только тогда, когда K является кругом.

Помимо этого, доказывается непрерывность функционала θ, определенного на множестве выпуклых фигур, в метрике Хаусдорфа.

Theorem 2. *Пусть $\{K_n\}_{n=1}^{\infty}$ — последовательность выпуклых тел, сходящихся в метрике Хаусдорфа к некоторому выпуклому телу K. Тогда*

$$\theta(K_n) \xrightarrow[n\to\infty]{} \theta(K).$$

On different approaches to the study of branching random walks

Elena Yarovaya
(Lomonosov Moscow State University)

The talk is devoted to continuous-time stochastic processes, which can be described in terms of birth, death and transport of particles. Such processes on multidimensional lattices are called branching random walks, and the points of the lattice at which the birth and death of particles can occur are called branching sources. Particular attention is paid to the analysis of the asymptotic behavior of the particle number at each point of the lattice for a branching random walk, which are based on a symmetric, spatially homogeneous, irreducible random walk on the lattice. The behavior of particle number moments is largely determined by the structure of the spectrum of the evolutionary operator of average particle numbers and requires the use of the spectral theory of operators in Banach spaces to study a number of models. Two ways of proving limit theorems will be considered, one of which is based on the conditions guaranteeing the uniqueness of the limit probability distribution of particle numbers by its moments, and the other is based on the approximation of the normalized number of particles at a lattice point by some non-negative martingale (see, N. V. Smorodina and E. B. Yarovaya, 2022), which makes it possible to prove the mean square convergence of these quantities to the limit under fairly general assumptions on the characteristics of the process.

The study is partly supported by RFBR, project 20-01-00487.

Poster talks

Adyan Dordzhiev (Higher School of Economics, Moscow)
Dynamics of skew-products over irrational circle rotations

Mariia Dospolova (St. Petersburg State University)
Mixed volume of infinite-dimensional convex compact sets
Смешанный объем бесконечномерных выпуклых компактов

Maksim Elisov (Samara State University)
Chaos in a compensated doped semiconductor with external activation

Svetlana Gavrilova (Higher School of Economics & Skoltech, Moscow)
Grothendieck measures on partitions

Matvey Ivlev (Novosibirsk State University)
On one class of commuting differential operators
Об одном классе коммутирующих дифференциальных операторов

Aziz Khakimbaev (Novosibirsk State University)
Von Neumann's ergodic theorem and Fejer sums for signed measures on the circle
Эргодическая теорема фон Неймана и суммы Фейера зарядов на окружности

Nikita Kosenkov (Moscow State University)
Furstenberg's proof of Szemeredi's theorem

Roman Lubkov (St. Petersburg State University)
Plücker polynomials and their applications
Многочлены Плюккера и их применение

Kamil Mardanshin (Higher School of Economics, Moscow)
Rigidity of pfaffian Airy point process

Tatiana Moseeva (PDMI RAS, EIMI)
Integral identities for the boundary of a convex body
Интегральные тождества для границы выпуклого тела

Nikita Naumov (Higher School of Economics, Moscow)
Bogolyubov-Krylov averaging in kick-force driven systems

Anton Tarasenko (Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk State University)
Inequalities for parameters of CUSUM procedure in change-point detection
Неравенства для характеристик CUSUM процедуры в задаче обнаружения разладки

Alexander Trushin (Novosibirsk State University)
Current problems in genome-wide association studies
Актуальные задачи в полногеномных анализах ассоциаций

Dmitry Zubov (Higher School of Economics, Moscow)
Holonomy invariant curents for the unstable manifolds of Anosov diffeomorphisms

Contents